

Számhalmazok

Természetes számok

Definíció: A véges halmazok számosságait természetes számoknak nevezzük.

Jelölés: $\mathbf{N} = \{0; 1; 2; \dots\}$

Műveletek $\mathbf{N}$ -ben:

(a) Összeadás

$$|A| = a, |B| = b, A \cap B = \emptyset$$

$$a + b := |A \cup B|$$

Tulajdonságok: zárt, kommutatív, asszociatív, inverz művelete a kivonás (nem zárt)

(b) Szorzás

$$|A| = a, |B| = b$$

$$a \cdot b = |A \times B|$$

Tulajdonságok: zárt, kommutatív, asszociatív, disztributív, inverz művelete az osztás (nem zárt, a 0-val való osztást nem értelmezzük)

Egész számok

Definíció: Legyen $a, b \in \mathbf{N}$. Ekkor az $a - b$ alakú számokat egész számoknak nevezzük.

Jelölés: $\mathbf{Z} = \{\dots; -2; -1; 0; 1; 2; \dots\}$

Megjegyzés: A kivonás $\mathbf{Z}$ -ben zárt.

Számelmélet

Definíció: Az a egész szám osztója a b egész számnak ($a|b$), ha létezik olyan c egész szám, hogy $a \cdot c = b$.

Megjegyzés: az 1 minden egész számnak osztója, a 0-nak minden egész szám osztója, még a 0 is.

Definíció: Ha $a|b$, és $a = \pm b$ vagy $a = \pm 1$, akkor a nem valódi osztója b -nek, ellenkező esetben valódi osztója.

Definíció: Azokat az egész számokat, amelyeknek csak nem valódi osztójuk van, törzsszámoknak nevezzük. Azok az egészek, amelyeknek van valódi osztójuk is, azok az összetett számok.

Definíció: Ha egy egész szám két egész szám szorzatának akkor és csak akkor osztója, ha valamelyik számnak osztója, akkor az az egész szám prímszám.

Tétel: Végtelen sok prímszám van.

Megjegyzés: Az egész számok körében a prímszámok egybeesnek a törzsszámokkal.

Tétel (Számelmélet alaptétele): Minden egész szám – a tényezők sorrendjétől eltekintve – egyértelműen írható fel prímszámok szorzataként.

Oszthatósági szabályok

(a) 2-re: a végződés lehet 0, 2, 4, 6, 8;

(b) 3-ra: a számjegyek összege osztható 3-mal;

(c) 4-re és 25-re: az utolsó két számjegyből álló szám osztható 4-gyel, illetve 25-tel;

(d) 5-re: a végződés lehet 0 vagy 5;

(e) 6-ra: a számjegyek összege osztható 3-mal és a szám páros;

(f) 8-ra és 125-re: az utolsó három számjegyből álló szám osztható 8-cal, illetve 125-tel;

(g) 9-re: a számjegyek összege osztható 9-cel;

(h) 10-zel: az utolsó számjegy 0;

Megjegyzés: Összetett szám esetén célszerű öt relatív prímek (legnagyobb közös osztójuk 1) szorzatára felbontani, és az azokkal való oszthatóságot vizsgálni.

Számrendszerek

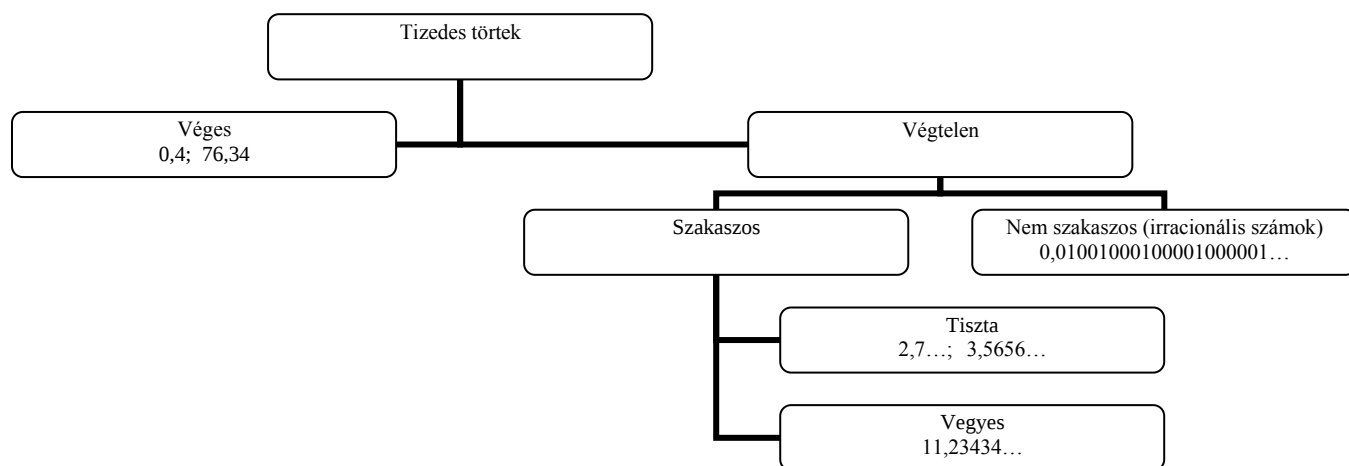
Definíció: Az $\overline{a_1 a_2 \dots a_n}$ n -jegyű szám a g -alapú számrendszerben a következőt jelenti:

$$\overline{a_1 a_2 \dots a_n} = a_1 \cdot g^{n-1} + a_2 \cdot g^{n-2} + \dots + a_{n-1} \cdot g^1 + a_n \cdot g^0.$$

Racionális számok

Definíció: Legyen $a, b \in \mathbb{Z}$ és $b \neq 0$. Ekkor az $\frac{a}{b}$ alakú számokat racionális számoknak nevezzük. *Jelölés:* $\mathbb{Q}$.

Megjegyzés: Az osztás $\mathbb{Q}$ -ban zárt.



Valós számok

Definíció: Azok a számok, amelyek nem írhatók fel két egész szám hányadosaként, azok az irracionális számok.

Definíció: A racionális és az irracionális számok halmazának uniója a valós számok halmaza.

Megjegyzés: A valós számok halmaza szemléltethető számegyenesen.

Definíció: A valós számok abszolút értékén a következőt értjük: $|a| = \begin{cases} a, & 0 \leq a \\ -a, & a < 0 \end{cases}$

Intervallumok

$$[a; b] = \{x \in \mathbb{R} | a \leq x \leq b\}$$

$$]a; b] = \{x \in \mathbb{R} | a < x \leq b\}$$

$$[a; b[= \{x \in \mathbb{R} | a \leq x < b\}$$

$$]a; b[= \{x \in \mathbb{R} | a < x < b\}$$

Komplex számok