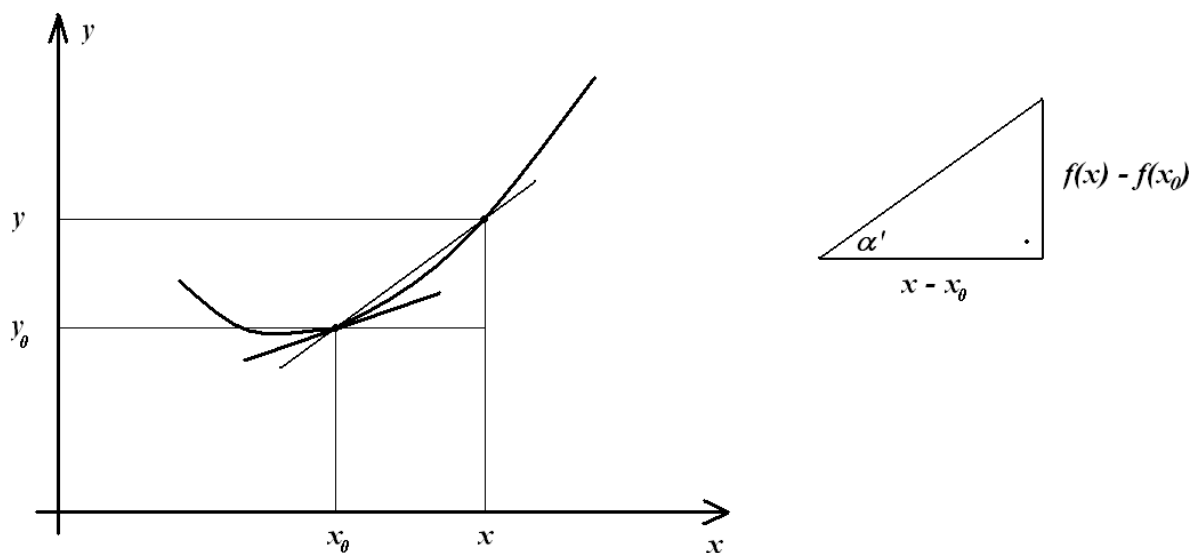


Differenciálszámítás

A különbségi hányados függvény. A derivált

Tekintsünk egy f folytonos függvényt. Legyen $x_0 \in D_f$. Felírjuk a grafikon $(x_0; y_0)$ pontjában húzható érintőjének egyenletét ($y_0 = f(x_0)$). Az egyenes iránytangenses egyenlete $m \cdot (x - x_0) = y - y_0$. Ebből m értéke hiányzik még. Tudjuk, hogy $m = \operatorname{tg} \alpha$, ahol α az érintő irányszöge.



$\operatorname{tg} \alpha' = \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0}$, ez a különbségi hányados függvény.

Ha $x \rightarrow x_0$, akkor $f(x) \rightarrow f(x_0)$ (azaz $y \rightarrow y_0$) és $\alpha \rightarrow \alpha'$. Ekkor $m = \operatorname{tg} \alpha \rightarrow \operatorname{tg} \alpha' = \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0}$.

$$m = \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0} = f'(x_0)$$

Ez általánosan is megadható. Ekkor $f'(x)$ -et az $f(x)$ függvény deriváltjának, vagy differenciálhányadosának nevezzük.

Elemi függvények deriváltja

$f(x)$	$f'(x)$	$f(x)$	$f'(x)$	$f(x)$	$f'(x)$	$f(x)$	$f'(x)$
c	0	x	1	x^n	$n \cdot x^{n-1}$	$\sin x$	$\cos x$
$\cos x$	$-\sin x$	$\operatorname{tg} x$	$\frac{1}{\cos^2 x}$	$\operatorname{ctg} x$	$-\frac{1}{\sin^2 x}$	$\arcsin x$	$\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$
$\arccos x$	$-\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$	$\operatorname{arctg} x$	$\frac{1}{1+x^2}$	$\operatorname{arcctg} x$	$\frac{1}{1+x^2}$	a^x	$a^x \cdot \ln a$
e^x	e^x	$\ln x$	$\frac{1}{x}$	$\log_a x$	$\frac{1}{x \ln a}$	$\operatorname{sh} x$	$\operatorname{ch} x$

ch x	sh x	th x	$\frac{1}{\operatorname{ch}^2 x}$	cth x	$-\frac{1}{\operatorname{sh}^2 x}$	arsh x	$\frac{1}{\sqrt{x^2+1}}$
arch x	$\frac{1}{\sqrt{x^2-1}}$	arth x	$\frac{1}{1-x^2}$	arcth x	$\frac{1}{1-x^2}$		

Deriválási szabályok

- (1) $(c \cdot f(x))' = c \cdot f'(x)$
- (2) $(f(x) \pm g(x))' = f'(x) \pm g'(x)$
- (3) $(f(x) \cdot g(x))' = f'(x) \cdot g(x) + f(x) \cdot g'(x)$
- (4) $\left(\frac{f(x)}{g(x)}\right)' = \frac{f'(x) \cdot g(x) - f(x) \cdot g'(x)}{g^2(x)}$
- (5) $(f(g(x)))' = f'(g(x)) \cdot g'(x)$

Logaritmikus differenciálás

Függvénydiszkusszió

- (1) Értelmezési tartomány
- (2) Folytonosság, szakadás, határértékek (szakadási helyeken, $\pm\infty$ -ben)
- (3) Zérushelyek, tengelymetszetek
- (4) Paritás
- (5) Periodicitás
- (6) Monotonitás, szélsőértékek

Ahol $f'(x) = 0$, ott szélsőérték lehet.

Azon az intervallumon, ahol $f'(x) < 0$, ott $f(x)$ szigorúan monoton csökkenő.

Azon az intervallumon, ahol $f'(x) > 0$, ott $f(x)$ szigorúan monoton növekedő.

Az olyan x_0 helyen, ahol $f'(x_0) = 0$, és minden $x < x_0$ esetén a függvény csökkenő, valamint minden $x_0 < x$ esetén a függvény növekedő, a függvénynek (lokális) minimuma van.

Az olyan x_0 helyen, ahol $f'(x_0) = 0$, és minden $x < x_0$ esetén a függvény növekedő, valamint minden $x_0 < x$ esetén a függvény csökkenő, a függvénynek (lokális) maximuma van.

- (7) Konvexitás, inflexiós pont
- (8) Értékkészlet
- (9) Ábrázolás

L'Hospital-szabály

$$\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f'(x)}{g'(x)}$$

Taylor-sor

Legyen f az x_0 pont valamely környezetében akárhányszor differenciálható. Ekkor a

$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{f^{(n)}(x_0)}{n!} (x - x_0)^n$ hatványsort az f függvény x_0 pont körüli Taylor-sorának nevezzük.